

**Hausübungen zur Vorlesung**

**Kryptanalyse**

**WS 2010/2011**

Blatt 13 / 19. Januar 2011 / Abgabe bis spätestens 26. Januar 2011,  
10 Uhr (vor der Übung)

**AUFGABE 1** (5 Punkte):

Seien  $f, g \in \mathbb{F}[x_1, \dots, x_n] \setminus \{0\}$ . Beweisen Sie folgende Aussagen.

- i)  $\text{multigrad}(f \cdot g) = \text{multigrad}(f) + \text{multigrad}(g)$ ,
- ii)  $\text{multigrad}(f + g) \leq \max\{\text{multigrad}(f), \text{multigrad}(g)\}$  für  $f + g \neq 0$ .

Geben Sie in ii) jeweils ein Beispiel an, für das der Ausdruck = bzw. < annimmt.

**AUFGABE 2** (6 Punkte):

Berechnen Sie den Rest, der bei der Division von  $x^2y^2 + xy^2 - y + 1$  durch  $F = \{xy^2 - x, x - y^3\}$  entsteht. Welcher Rest entsteht, wenn Sie die Reihenfolge der Quotienten vertauschen? Führen Sie die Berechnung jeweils für die Ordnungen lex und grlex mit  $x > y$  durch.

**AUFGABE 3** (4 Punkte):

Beweisen oder widerlegen Sie, dass folgende Mengen eine Gröbnerbasis bilden (bzgl. lexikographischer Ordnung mit  $x > y > z$ ).

- a)  $\{x^4y^2 - z^5, x^3y^3 - 1, x^2y^4 - 2z\}$ ,
- b)  $\{x^2 + y, x - z\}$ .