Stromchiffre

Algorithmus Stromchiffre

Sei G ein Pseudozufallsgenerator mit Expansionsfaktor $\ell(n)$. Wir definieren $\Pi_s = (Gen, Enc, Dec)$ mit Sicherheitsparameter n für Nachrichten der Länge $\ell(n)$.

1. **Gen:** Wähle $k \in_R \{0,1\}^n$.
2. **Enc:** Bei Eingabe $k \in \{0,1\}^n$ und $m \in \{0,1\}^{\ell(n)}$, berechne
$$c := G(k) \oplus m.$$
3. **Dec:** Bei Eingabe $k \in \{0,1\}^n$ und $c \in \{0,1\}^{\ell(n)}$, berechne
$$m := G(k) \oplus c.$$

Anmerkung:

- Π_s verwendet $G(k)$ anstatt $r \in \{0,1\}^{\ell(n)}$ wie im One-Time Pad.
- D.h. wir benötigen nur n statt $\ell(n)$ echte Zufallsbits.
  (Bsp: n 128 Bit, $\ell(n)$ mehrere Megabyte)

Sicherheit unserer Stromchiffre

Satz Sicherheit von Π_s

Sei G ein Pseudozufallsgenerator. Dann ist Π_s KPA-sicher.

Beweis:

- Idee: Erfolgreicher Angreifer $\mathcal{A}$ liefert Unterscheider für G.
- Sei $\mathcal{A}$ ein KPA-Angreifer auf Π_s mit Vorteil $\epsilon(n)$.
- Wir konstruieren mittels $\mathcal{A}$ folgenden Unterscheider D für G.

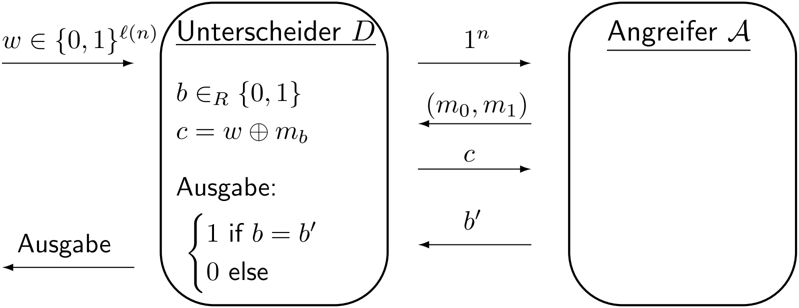
Algorithmus Unterscheider D

EINGABE: $w \in \{0,1\}^{\ell(n)}$

1. Erhalte $(m_0, m_1) \leftarrow \mathcal{A}(1^n)$
2. Wähle $b \in_R \{0,1\}$ und berechne $c := w \oplus m_b$.
3. Erhalte $b' \leftarrow \mathcal{A}(c)$.

AUSGABE: $= \begin{cases} 1 & \text{falls } b' = b, \text{ Interpretation: } w = G(k), k \in_R \{0,1\}^n \\ 0 & \text{sonst, } \qquad\text{Interpretation: } w \in_R \{0,1\}^{\ell(n)} \end{cases}.$

Sicherheit von Π_s



Fall 1: $w = r \in_R \{0,1\}^{\ell(n)}$, d.h. w ist ein echter Zufallsstring.

- Dann ist die Verteilung von c identisch zur Verteilung beim One-Time Pad Π_{otp}.
- Damit folgt aus der perfekten Sicherheit des One-Time Pads

$$\mathrm{Ws}[D(w) = 1] = \mathrm{Ws}[PrivK^{eav}_{\mathcal{A},\Pi_{\mathrm{otp}}}(n) = 1] = \frac{1}{2}.$$

Sicherheit von Π_s

Fall 2: $w = G(k)$ für $k \in_R \{0,1\}^n$, d.h. w wurde mittels G generiert.

- Damit ist die Verteilung von c identisch zur Verteilung in Π_s.
- Es folgt $\mathrm{Ws}[D(w) = 1] = \mathrm{Ws}[PrivK^{eav}_{\mathcal{A},\Pi_s}(n) = 1] = \frac{1}{2} + \epsilon(n)$.

Aus der Pseudozufälligkeit von G folgt insgesamt

$$\mathrm{negl}(n) \geq \left| \underbrace{\mathrm{Ws}[D(r) = 1]}_{\frac{1}{2}} - \underbrace{\mathrm{Ws}[D(G(k)) = 1]}_{\frac{1}{2}+\epsilon(n)} \right| = \epsilon(n).$$

Damit ist der Vorteil jedes Angreifers $\mathcal{A}$ vernachlässigbar.

Generator mit variabler Ausgabelänge

Ziel: Um Nachricht beliebiger Länge $\ell(n)$ mit Algorithmus Π_s zu verschlüsseln, benötigen wir ein G mit variabler Ausgabelänge $\ell(n)$.

Definition Pseudozufallsgenerator mit variabler Ausgabelänge

Ein pt Algorithmus G heißt *Pseudozufallsgenerator mit variabler Ausgabelänge* falls

1. Für eine Saat $s \in \{0,1\}^n$ und eine Länge $\ell \in N$ berechnet $G(s, 1^\ell)$ einen String der Länge ℓ.
2. Für jedes Polynom $\ell(\cdot)$ ist $G_\ell(s) := G(s, 1^{\ell(n)})$, $s \in \{0,1\}^n$ ein Pseudozufallsgenerator mit Expansionsfaktor $\ell(n)$.
3. Für alle s, ℓ, ℓ' mit $\ell \leq \ell'$ ist $G(s, 1^\ell)$ ein Präfix von $G(s, 1^{\ell'})$.

Anmerkungen:

- Für Nachricht m erzeugen wir Chiffretext $c := G(k, 1^{|m|}) \oplus m$.
- Bedingung 3 ist technischer Natur, um im KPA-Spiel Verschlüsselungen von m_0, m_1 beliebiger Länge zuzulassen.

Existenz Zufallsgenerator mit/ohne variable Länge

Fakt Existenz von Zufallsgeneratoren

1. Die Existenz von Pseudozufallsgeneratoren folgt unter der Annahme der Existenz von sogenannten Einwegfunktionen.
2. Pseudozufallsgeneratoren variabler Ausgabelänge können aus jedem Pseudozufallsgenerator fixer Länge konstruiert werden.

Vereinfacht:

$$\begin{aligned} \text{Einwegfunktion} \quad &\Rightarrow \quad \text{Pseudozufallsgenerator fixer Länge} \\ &\Rightarrow \quad \text{Pseudozufallsgenerator variabler Länge} \end{aligned}$$

(mehr dazu im Verlauf der Vorlesung)

Diskussion Stromchiffren

Stromchiffre:

- Pseudozufallsgeneratoren mit variabler Ausgabelänge liefern Strom von Zufallsbits.
- Wir nennen diese Stromgeneratoren auch Stromchiffren.

Stromchiffren in der Praxis:

- Beispiele: LFSRs, RC4, SEAL und A5/1.
- Viele Stromchiffren in der Praxis sind sehr schnell, allerdings sind die meisten leider ad hoc Lösungen ohne Sicherheitsbeweis.
- Schwächen in RC4 führten zum Brechen des WEP Protokolls.
- LFSRs sind kryptographisch vollständig gebrochen worden.
- Seit 2004: Ecrypt-Projekt eStream zur Etablierung sicherer Standard-Stromchiffren. Derzeitige Kandidaten:
  - Software: HC-128, Rabbit, Salsa20/12 und SOSEMANUK.
  - Hardware: Grain v1, MICKEY v2 und Trivium.

Sicherheit mehrfacher Verschlüsselung

Bisher: Angreifer $\mathcal{A}$ erhält nur *eine* Verschlüsselung. Nachrichten müssen aber sicher bleiben, falls $\mathcal{A}$ mehrere Chiffretexte erhält.

Spiel Mehrfache Verschlüsselung $PrivK^{mult}_{\mathcal{A},\Pi}(n)$

Sei Π ein Verschlüsselungsverfahren und $\mathcal{A}$ ein Angreifer.

1. $(M_0, M_1) \leftarrow \mathcal{A}(1^n)$ mit $M_0 = (m_0^1, \ldots, m_0^t)$, $M_1 = (m_1^1, \ldots, m_1^t)$ und $|m_0^i| = |m_1^i|$ für alle $i \in [t]$.
2. $k \leftarrow Gen(1^n)$.
3. Wähle $b \in_R \{0,1\}$. $b' \leftarrow \mathcal{A}((Enc_k(m_b^1), \ldots, Enc_k(m_b^t))$.
4. $PrivK^{mult}_{\mathcal{A},\Pi}(n) = \begin{cases} 1 & \text{für } b = b' \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}.$

Mult-KPA Spiel

$\mathsf{PrivK}^{mult}_{\mathcal{A},\Pi}(n)$		Angreifer $\mathcal{A}$
$k \leftarrow \mathsf{Gen}(1^n)$	$\xrightarrow{1^n}$	
	$\xleftarrow{(M_0, M_1)}$	$M_i = (m_i^1, \cdots, m_i^t),\ i = 0, 1$ $\left\lvert m_0^j \right\rvert = \left\lvert m_1^j \right\rvert\ \ \forall j,\ m_i^j \in \mathcal{M}$
$b \in_R \{0,1\}$ $c^j = \mathsf{Enc}_k\left(m_b^j\right)$ $C = (c^1, \cdots, c^t)$	$\xrightarrow{C}$	
Ausgabe:	$\xleftarrow{b'}$	$b' \in \{0, 1\}$
$= \begin{cases} 1 & \text{falls } b = b' \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$		

Mult-KPA Sicherheit

Definition Mult-KPA Sicherheit

Ein Verschlüsselungsschema $\Pi = (Gen, Enc, Dec)$ besitzt *ununterscheidbare mehrfache Chiffretexte gegenüber KPA* falls für alle ppt $\mathcal{A}$:

$$\mathrm{Ws}[PrivK^{mult}_{\mathcal{A},\Pi}(n) = 1] \leq \frac{1}{2} + \mathrm{negl}(n).$$

Der Wsraum ist definiert über die Münzwürfe von $\mathcal{A}$ und $PrivK^{mult}_{\mathcal{A},\Pi}$.

Notation: Wir bezeichnen Π als *mult-KPA sicher*.

KPA Sicherheit vs. mult-KPA Sicherheit

Satz KPA Sicherheit vs. mult-KPA Sicherhei

KPA Sicherheit impliziert **nicht** mult-KPA Sicherheit.

Beweis:

- Π_s ist KPA-sicher. Wir betrachten folgendes mult-KPA Spiel.

Algorithmus Angreifer $\mathcal{A}$ für Π_s

EINGABE: Sicherheitsparameter n

1. $(M_0, M_1) \leftarrow \mathcal{A}(1^n)$ mit $M_0 = (0^{\ell(n)}, 0^{\ell(n)})$, $M_1 = (0^{\ell(n)}, 1^{\ell(n)})$.
2. Erhalte $C = (c_1, c_2)$.

AUSGABE: $b' = \begin{cases} 1 & \text{falls } c_1 = c_2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$.

- Da *Enc* von Π_s deterministisch ist, gilt $\mathrm{Ws}[PrivK^{mult}_{\mathcal{A},\Pi_s}(n) = 1] = 1$.

Mult-KPA Angreifer auf Π_s

$\mathsf{PrivK}^{mult}_{\mathcal{A},\Pi_s}(n)$		Angreifer $\mathcal{A}$
$k \leftarrow \mathsf{Gen}(1^n)$	$\xrightarrow{1^n}$	
	$\xleftarrow{(M_0, M_1)}$	$M_0 = (0^{\ell(n)}, 0^{\ell(n)})$ $M_1 = (0^{\ell(n)}, 1^{\ell(n)})$
$b \in_R \{0,1\}$ $c^j = \mathsf{Enc}_k\left(m_b^j\right)$		
	$\xrightarrow{(c^1, c^2)}$	
	$\xleftarrow{b'}$	Falls $c^1 = c^2$, setze $b = 0$. Falls $c^1 \neq c^2$, setze $b = 1$.
Ausgabe: $= \begin{cases} 1 & \text{falls } b = b' \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$		

Unsicherheit deterministischer Verschlüsselung

Korollar Unsicherheit deterministischer Verschlüsselung

Sei $\Pi = (Gen, Enc, Dec)$ mit deterministischer Verschlüsselung *Enc*. Dann ist Π unsicher gegenüber mult-KPA Angriffen.

- Voriger Angreifer $\mathcal{A}$ nutzt lediglich, dass für zwei identische Nachrichten $m_0 = m_1$ auch die Chiffretexte identisch sind.

Notwendig: Wir benötigen randomisiertes *Enc*, dass identische Nachrichten auf unterschiedliche Chiffretexte abbildet.

Synchronisierte sichere mehrfache Verschlüsselung

Synchronisierter Modus für Stromchiffren:

- Nutze für Nachrichten $m_1, m_2, \ldots, m_n$ sukzessive Teil des Bitstroms $G(s) = s_1 s_2 \ldots s_n$ mit $|s_i| = |m_i|$.
- D.h. es werden nie Teile des Bitstroms wiederverwendet.
- Ermöglicht einfaches Protokoll zur Kommunikation von A und B:
  - A verschlüsselt mit s_1, B entschlüsselt mit s_1.
  - Danach verschlüsselt B mit s_2, mit dem auch A entschlüsselt, usw.
- Erfordert, dass A und B die Position im Bitstrom *synchronisieren*.
- Verfahren ist sicher, da die Gesamtheit der Nachrichten als einzelne Nachricht $m = m_1 \ldots m_n$ aufgefasst werden kann.

Nicht-synchronisierte mehrfache Verschlüsselung

Nicht-synchronisierter Modus für Stromchiffren:

- Erweitern Funktionalität von Pseudozufallsgeneratoren G:
  1. G erhält zwei Eingaben: Schlüssel k und Initialisierungsvektor IV.
  2. $G(k, IV)$ ist pseudozufällig selbst für bekanntes IV.
- Verschlüsselung von m mit erweiterten Pseudozufallsgeneratoren:

$$Enc_k(m) := (IV, G(k, IV) \oplus m) \text{ für } IV \in_R \{0,1\}^n.$$

- Entschlüsselung möglich, da IV im Klartext mitgesendet wird.
- D.h. eine Nachricht m besitzt 2^n mögliche Verschlüsselungen.
- **Warnung:** Konstruktion solch erweiterter G ist nicht-trivial.