



Präsenzübungen zur Vorlesung  
Kryptographie I

WS 2009

Blatt 4 / 27. November 2009

**AUFGABE 1** (5 Punkte):

Sei  $p(n)$  die Anzahl von Permutationen auf  $\{0, 1\}^n$ . Sei  $k(n) := 2^n$ , d.h. die Anzahl der möglichen Schlüssel der Länge  $n$ . Zeigen Sie, dass

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{k(n)}{p(n)} = 0$$

Was heisst das für den Anteil der durch einen Schlüssel fixer Länge "indizierbaren" Permutationen an der Gesamtmenge der Permutationen ?

**AUFGABE 2** (5 Punkte):

Betrachten Sie die Familie von Funktionen  $F_k := \{0, 1\}^n \times \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}^n$  die durch  $F_k(x) := k \oplus x$  definiert ist.

1. Ist  $F_k$  für jedes festes  $k$  eine Permutation (Bijektion) auf  $\{0, 1\}^n$  ? Beweisen Sie.
2. Konstruieren Sie einen Unterscheider, der ein Element der Familie  $F_k$  von einer Zufallsp permutation unterscheidet.

**AUFGABE 3** (5 Punkte):

Betrachten Sie den in der Vorlesung eingeführten CTR Modus. Nehmen Sie an, Sie haben die Fähigkeit, dafür zu sorgen, dass der Initialisierungsvektor immer kleiner als 256 ist. Ist der CTR-Modus unter dieser Annahme noch cpa-sicher ? Beweisen Sie.

**AUFGABE 4** (5 Punkte):

Betrachten Sie den in der Vorlesung eingeführten CBC Modus. Dieser wird nun modifiziert: Wähle Initialisierungsvektor  $c_0 := IV \in_R \{0, 1\}^n$ . Sei  $n > 16$ . Für Enc gelte:

$$c_i := F_k((c_{i-1} \bmod 256) \oplus m_i) \text{ für } i = 1, \dots, \ell$$

Für Dec gelte: Gegeben ein  $c = (c_0, \dots, c_\ell)$  berechne

$$m_i := F_k^{-1}(c_i) \oplus (c_{i-1} \bmod 256) \text{ für } i = 1, \dots, \ell$$

Ist das resultierende Schema mult-KPA-sicher ? Beweisen Sie.