

Hausübungen zur Vorlesung

Kryptographie 2

SS 2010

Blatt 4 / 8. Juni 2010 / Abgabe 16. Juni, 12:30 Uhr, Kasten NA 02

**AUFGABE 1. Mindmap.** (10 Punkte)

Erstellen Sie ein Schaubild zum ersten Themenblock der Vorlesung über *Schlüsselaustausch* und *Public Key Verschlüsselung*. Wiederholen Sie hierzu

- wesentlichen Definitionen (z.B. *CPA-Sicherheit* oder zugrundeliegende *Sicherheitsannahmen*)
- konkrete Verschlüsselungsverfahren (z.B. ElGamal)
- Konstruktionen (z.B. *hybride Verschlüsselung*)

und stellen Sie eine geeignete Auswahl kompakt dar. Versuchen Sie auch, bestehende Zusammenhänge zu skizzieren (z.B. Konstruktion von *1-Bit Verschlüsselung* mittels *Hardcore-Prädikat* und generische Transformation auf *Multi-Bit Verschlüsselung*).

**AUFGABE 2. Hashfunktionen.** (5 Punkte)

Seien  $(\text{Gen}_1, H_1)$  und  $(\text{Gen}_2, H_2)$  zwei Hashfunktionen. Wir konstruieren daraus eine weitere Hashfunktion  $(\text{Gen}, H)$  wie folgt:

- $\text{Gen}(1^n)$  gibt  $(s_1, s_2)$  aus mit  $s_1 \leftarrow \text{Gen}_1(1^n)$  und  $s_2 \leftarrow \text{Gen}_2(1^n)$
  - $H^{(s_1, s_2)}(x) := H_1^{s_1}(x) || H_2^{s_2}(x)$  .
- a) Zeigen Sie, dass wenn mindestens eine der beiden Hashfunktionen  $(\text{Gen}_1, H_1)$  oder  $(\text{Gen}_2, H_2)$  *kollisionsresistent* ist, so ist auch  $(\text{Gen}, H)$  *kollisionsresistent*.
- b) Beweisen oder widerlegen Sie eine analoge Aussage für den Fall der *Urbildresistenz* (siehe Präsenzübung), d.h. überlegen Sie ob  $(\text{Gen}, H)$  *urbildresistent* ist, falls mindestens eine der beiden Hashfunktionen  $(\text{Gen}_1, H_1)$  oder  $(\text{Gen}_2, H_2)$  *urbildresistent* ist.

### AUFGABE 3. Einmalsignaturen. (5 Punkte)

Sei  $f$  eine Einwegpermutation. Wir betrachten das folgende Signaturschema für Nachrichten aus der Menge  $\{1, \dots, n\}$ :

- Für die Schlüsselerzeugung wird ein zufälliges  $x \in \{0, 1\}^n$  gewählt und  $y := f^n(x)$  berechnet.<sup>1</sup> Der öffentliche Schlüssel ist nun  $y$  und der private Schlüssel ist  $x$ .
  - Um eine Nachricht  $i \in \{1, \dots, n\}$  zu signieren wird die Signatur  $f^{n-i}(x)$  ausgegeben (wobei  $f^0(x) = x$ ).
  - Eine Signatur  $\sigma$  für eine Nachricht  $i$  bezüglich des öffentlichen Schlüssels  $y$  wird verifiziert indem geprüft wird, ob  $y \stackrel{?}{=} f^i(\sigma)$ .
- a) Zeigen Sie, dass das vorgestellte Verfahren kein One-Time Signaturschema ist.  
Gegeben sei eine Signatur für Nachricht  $i$ , für welche Nachrichten  $j$  kann ein Angreifer eine Fälschung erzeugen?
- b) Zeigen Sie, dass es keinen ppt. Angreifer gibt, der aus einer Signatur für Nachricht  $i$  eine Fälschung für irgendeine Nachricht  $j > i$  berechnet (ausser mit vernachlässigbarer Wahrscheinlichkeit).
- c) Wie kann das angegebene Verfahren modifiziert werden um ein One-Time Signaturverfahren zu erhalten?

*Hinweis:* Benutzen Sie zwei Werte  $y, y'$  im öffentlichen Schlüssel.

---

<sup>1</sup>Hierbei ist  $f^n(x) = f(f(\dots f(x))\dots)$  die  $n$ -fache Komposition von  $f$