RUHR UNIVERSITÄT BOCHUM

Lehrstuhl für Kryptologie und IT-Sicherheit
Prof. Dr. Alexander May
Enrico Thomae

Präsenzübungen zur Vorlesung

Quantenalgorithmen

WS 2011/2012

Blatt 1 / 17. Oktober 2011

AUFGABE 1:
Sie messen 1000 Qubits im Zustand $\frac{4}{5}|0\rangle + \frac{3}{5}|1\rangle$. Welches Ergebnis erwarten Sie?

AUFGABE 2:
Seien $|0\rangle := (1,0)$, $|1\rangle := (0,1) \in \mathbb{C}^2$ und

$$W_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

(a) Berechnen Sie $W_2(W_2|1\rangle))$.

(b) Zeigen Sie, dass W_2 unitär ist.

AUFGABE 3:
Seien $|0\rangle = (1,0)$, $|1\rangle = (0,1) \in \mathbb{C}^2$ Basiszustände und

$$U = \begin{pmatrix} i\cos\varphi & -i\sin\varphi \\ i\sin\varphi & i\cos\varphi \end{pmatrix}.$$

(a) Zeigen Sie, dass U unitär ist.

(b) Berechnen Sie $|z\rangle = U|1\rangle$. Mit welchen Wahrscheinlichkeiten werden im Zustand $|z\rangle$ die Basiszustände $|0\rangle$ bzw. $|1\rangle$ gemessen?

AUFGABE 4:
Seien $|x\rangle = (x_1, x_2)$, $|y\rangle = (y_1, y_2) \in \mathbb{C}^2$ eine orthonormale Basis des $\mathbb{C}^2$. Ferner sei

$$|z\rangle = \alpha_0|x\rangle + \alpha_1|y\rangle \ \text{ mit } \alpha_0, \alpha_1 \in \mathbb{C}.$$

Zeigen Sie, dass

$$|\,|z\rangle| = 1 \Leftrightarrow |\alpha_0|^2 + |\alpha_1|^2 = 1.$$

AUFGABE 5:
Seien $|v\rangle, |x\rangle \in \mathbb{C}^n$ und $|y\rangle, |z\rangle \in \mathbb{C}^m$.

(a) Zeigen Sie, dass

$$\langle\, |v\rangle \otimes |y\rangle \;\mid\; |x\rangle \otimes |z\rangle\rangle = \langle v \mid x\rangle \cdot \langle y \mid z\rangle.$$

(b) Folgern Sie aus Teil (a), dass $|\,|x\rangle \otimes |y\rangle| = |x| \cdot |y|$.