

Hausübungen zur Vorlesung

Zahlentheorie

Sommersemester 2012

Blatt 6

Abgabe bis 14. Mai 2012, 12 Uhr (vor der Vorlesung)

AUFGABE 1 F1 (7 Punkte):

Konstruieren Sie alle Elemente $\{X^i \mid 0 \leq i \leq 6\}$ der beiden Körper $\mathbb{F}_2[X]/(X^3 + X + 1)$ und $\mathbb{F}_2[X]/(X^3 + X^2 + 1)$. Geben Sie den Isomorphismus zwischen beiden Körpern an und zeigen Sie dessen Korrektheit.

AUFGABE 2 F2 (4 Punkte):

Sei $S_3 := \{f : \{0, 1, 2\} \rightarrow \{0, 1, 2\} \mid f \text{ bijektiv}\}$ die Menge aller Permutationen auf einer 3-elementigen Menge. Wir nennen S_3 zusammen mit der Hintereinanderausführung \circ die symmetrische Gruppe. Geben Sie alle Untergruppen von (S_3, \circ) an.

AUFGABE 3 F2 (5 Punkte):

Sei $p(X) \in \mathbb{F}[X]$ und \mathbb{F} ein beliebiger Körper. Beweisen Sie, dass $\mathbb{F}[X]/p(X)$ genau dann ein Körper ist, wenn $p(X)$ irreduzibel ist.