



Präsenzübungen zur Vorlesung

Kryptographie 2

SS 2009

Blatt 4 / 10. Juni 2009

**AUFGABE 1:**

Sei  $N = pq$ , wobei  $p$  und  $q$  verschiedene ungerade Primzahlen sind. Geben Sie einen ppt. Algorithmus an, der ein zufälliges Element aus  $\mathcal{QR}_N^{+1}$  ausgibt, falls die Faktorisierung von  $N$  bekannt ist. Der Algorithmus darf eine vernachlässigbare Fehlerwahrscheinlichkeit haben.

**AUFGABE 2:**

Sei  $N = pq$ , wobei  $p$  und  $q$  verschiedene ungerade Primzahlen sind. Zeigen Sie,

- falls  $x \in \mathcal{QR}_N$ , dann  $[x^{-1} \bmod N] \in \mathcal{QR}_N$
- falls  $x \in \mathcal{QR}_N^{+1}$ , dann  $[x^{-1} \bmod N] \in \mathcal{QR}_N^{+1}$ .

**AUFGABE 3:**

Sei `GenModulus` ein ppt. Algorithmus, der bei Eingabe  $1^n$  ein Tupel  $(N, p, q)$  ausgibt mit  $N = pq$  und  $p, q$   $n$ -bit Primzahlen. Angenommen das Unterscheiden von Quadratischen Resten ist hart bzgl. `GenModulus`. Zeigen Sie, dass dann auch das Unterscheiden eines zufälligen Elements aus  $\mathcal{QR}_N$  von einem zufälligen Element aus  $\mathcal{J}_N^{+1}$  hart ist.

*Hinweis:*

$$\mathcal{J}_N^{+1} := \{a \in \mathbb{Z}_N^* \mid \left(\frac{a}{N}\right) = 1\}$$